

Piotr SOKAL*
Politechnika Krakowska

SKRĘCANIE KONSTRUKCJI SPRĘŻONYCH W UJĘCIU NORMOWYM

Oznaczenia

T_{Ed}, T_{Sd} – obliczeniowy moment skręcający,
 z_i – długości i -tego boku (ścianki) określonego przez odległość punktów przecięcia z osiami środkowymi sąsiednich ścianek,
 A – pole całkowite przekroju (wraz z otworami),
 b_w – szerokość środka (belki),
 u – obwód rozważanego przekroju,
 θ – kąt nachylenia krzyżulców betonowych,
 α – kąt nachylenia strzemion do zbrojenia głównego,
 A_k – pole powierzchni wnętrza figury utworzonej przez linie środkowe ścianek,
 u_k – obwód pola A_k ,
 f_{ck} – wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie (dla próbek cylindrycznych),
 f_{cd} – wytrzymałość obliczeniowa betonu na ściskanie,
 f_{ctd} – wytrzymałość obliczeniowa betonu na rozciąganie,
 f_{yd} – obliczeniowa granica plastyczności zbrojenia podłużnego,
 f_{ywd} – obliczeniowa granica plastyczności stali strzemion,
 $V_{Rd,c}$ – nośność przekroju niezarysowanego na ścinanie (brak momentu skręcającego),
 $V_{Rd,max}, V_{Rd2}$ – nośność krzyżulców betonowych przy ścinaniu.

1. Wstęp

Konstrukcje żelbetowe i z betonu sprężonego pracują w różnych stanach naprężeń i odkształceń. Najmniej rozpoznany rodzajem pracy jest stan, gdy konstrukcja

* Opiekun naukowy: dr hab. inż. Andrzej Seruga, prof. PK

obciążona jest złożonym układem sił, składającym się z siły osiowej, tnącej, momentu zginającego oraz skręcającego, który nie we wszystkich układach odgrywa ważną rolę. Istnieją jednak warunki, w których moment skręcający ma istotny wpływ na konstrukcje, a co za tym idzie konieczne jest odpowiednie uwzględnienie go w fazie projektowania. W pracy zostaną wymienione modele do analizy momentu skręcającego (również z innymi siłami przekrojowymi) w konstrukcjach żelbetowych wraz z pewnym odniesieniem do konstrukcji sprężonych. Zostaną przedstawione zagadnienia, których rozpoznanie prawdopodobnie przyczyni się do lepszej znajomości pracy konstrukcji oraz wpłynie na poprawę projektowania.

2. Badania elementów żelbetowych i sprężonych w Polsce

W Polsce na skutek słabej sytuacji ekonomicznej w XX wieku nie przeprowadzono zbyt dużej ilości badań. Dodatkowym czynnikiem był fakt, że skręcanie nie należy do najbardziej podstawowych rodzajów pracy elementu. Mimo to niewielkie grono naukowców zdecydowało się przeprowadzić eksperymenty związane ze skręcaniem konstrukcji żelbetowych i sprężonych. Wyniki tych badań znajdują się w pracach: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

3. Skręcanie według norm PN-EN 1992:2008 (EC2) [11] i PN-B 03264:2002 (PN02) [12][13]

Wprowadzenie i założenia początkowe

W zakresie skręcania wyżej wymienione normy prezentują zbliżone do siebie podejście są zbliżone do siebie i korzystają z podobnych założeń. Występują w nich jednak drobne różnice.

Obie normy wymagają przeprowadzenia pełnych obliczeń na skręcanie, gdy równowaga statyczna zależy od nośności elementów na skręcanie. Jeżeli jednak w konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych skręcanie wynika z warunków zgodności odkształceń a stateczność nie zależy od nośności na skręcanie, to obliczenia zazwyczaj nie są wymagane dla SGN. W większości przypadków wystarczy zastosować odpowiednie zbrojenie minimalne w celu ograniczenia zarysowania.

Wymienione normy zalecają, aby obliczenia przekrojów wykonać na przekrojach cienkościennych zamkniętych. Warunki równowagi w tych przekrojach są spełnione są przez zamknięty obieg jednostkowych sił stycznych. Przekroje pełne

zamienia się na przekroje cienkościennie, a przekroje złożone jak na przykład teowe należy podzielić na kilka przekroi cienkościennych, które należy tak dobrać, aby miały jak największą łączną sztywność na skręcanie. Szerokość przyjętej ścianki przekroju nie może być większa niż rzeczywista szerokość ścianki z uwzględnieniem otworu. Przekroje przejmują moment proporcjonalny do swojej sztywności na skręcanie.

Metoda obliczeń

W obliczeniach, skręcanie traktuje się jako osobny przypadek obciążenia. Należy je rozważać niezależnie od zginania i ściskania. Tylko w niektórych przypadkach wpływ skręcania na element uwzględniany jest razem ze ścinaniem i zginaniem.

W celu wyznaczenia nośności przeprowadza się obliczenia jak dla czystego skręcania. Grubość $t_{ef,i}$ ścianki przyjmuje się jako równą A/u jednak nie mniej niż podwojoną odległość od krawędzi betonu do osi zbrojenia podłużnego.

Naprężenia styczne w ściance oblicza się ze wzoru (tab. 1 wiersz 2). W obliczeniach można superponować wpływ skręcania i ścinania niezależnie od rodzaju przekroju. Siły w ściance od skręcania można obliczać wg wzoru (tab. 1 wiersz 3).

Aby określić nośność przekroju niezarysowanego (przekroju betonowego) (tab.1 wiersz 4) normy korzystają z obliczeniowej wytrzymałości na rozciąganie betonu. Nie ma podanych żadnych informacji na temat wpływu sprężenia, które na skutek ściskania przekroju zwiększa nośność.

Po zarysowaniu przekroju do sprawdzania nośności i obliczania pola potrzebnego zbrojenia stosuje się model kratownicy przestrzennej. W PN02 warunki nośności to: $T_{Sd} \leq T_{Rd1}$ i $T_{Sd} \leq T_{Rd2}$. W EC2 są one podobne. Należy zapewnić odpowiednią nośność przekroju tak, aby zniszczeniu nie uległy ściskane krzyżulce betonowe.

Przyjmowany kąt θ musi spełniać warunek $1.0 \leq \cot(\theta) \leq 2.0$. W przypadku obliczeń ze ścinaniem kąt θ należy przyjmować taki sam dla skręcania i ścinania.

Nośność krzyżulców betonowych oblicza się z (tab. 1 wiersz 5).

W EC2 dla czystego skręcania należy spełnić warunek $T_{Ed} \leq T_{Rd,max}$. ($T_{Ed} \leq T_{Rd1}$ w PN02). W przypadku obciążenia również siłą ścinającą warunek przyjmuje postać $T_{Ed}/T_{Rd,max} + V_{Ed}/V_{Rd,max} \leq 1$ (EC2) lub $(T_{Ed}/T_{Rd1})^2 + (V_{Ed}/V_{Rd2})^2 \leq 1$ (PN02).

Gdy $T_{Ed}/T_{Rd,c} + V_{Ed}/V_{Rd,c} \leq 1$ (EC2) to dla przekrojów pełnych, w przybliżeniu prostokątnych jako zbrojenie poprzeczne wystarczające jest zazwyczaj zbrojenie minimalne. W PN02 zbrojenie na ścinanie i skręcanie w przekrojach pełnych (w przybliżeniu prostokątnych) nie jest wymagane (poza minimalnym), gdy spełnione są warunki (1):

$$T_{Sd} \leq \frac{V_{Sd} \cdot b_w}{4.5} \quad \text{i} \quad V_{Sd} \left(1 + \frac{4.5 \cdot T_{Sd}}{V_{Sd} \cdot b_w} \right) \leq V_{Rd1} \quad (1)$$

Nośność strzemion na skręcanie w obu normach oblicza się podobnie (tab. 1 wiersz 6). Dla przekrojów zarysowanych należy również dobrać zbrojenie podłużne (tab. 1 wiersz 7). Główną różnicą między EC2 i PN02 przy jego obliczaniu jest fakt, że EC2 wykorzystuje wartość działającego momentu T_{Ed} , a PN02 wartość nośności strzemion T_{Rd2} co powoduje zazwyczaj zastosowanie większego pola zbrojenia. Wg EC2 może być ono zredukowane w strefach ściskanych przekrojów proporcjonalnie do działających tam sił.

Norma EC2 zwraca dodatkowo uwagę, że w przypadku przekrojów otwartych cienkościennych oraz bardzo smukłych może dojść do deplanacji. Do obliczania przekrojów smukłych należy korzystać z modelu belki siatkowej, natomiast dla innych analizę przeprowadza się w oparciu o modele ST. Należy dodatkowo pamiętać o wykonaniu obliczeń uwzględniających moment zginający i siłę podłużną oraz nośność ze względu na ścinanie.

Tabela 1

Wzory używane przy obliczeniach nośności na skręcanie

1	EC2	PN02
2	$\tau_{t,i} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i}}$	$\tau_{t,i} = \frac{T_{Sd}}{2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i}}$
3	$V_{Edi} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i$	$V_{Sdi} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i$
4	$T_{Rd,c} = 2 f_{ctd} t_{ef,i} A_k$	$2 f_{ctd} t_{ef,i} A_k$
5	$T_{Rd,max} = 2 v \alpha_{cw} f_{cd} A_k t_{ef,i} \sin(\theta) \cos(\theta)$	$T_{Rd1} = 2 v f_{cd} A_k t_{ef,i} \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + \cot^2(\theta)}$
6	$T_{Rd,s} = 2 A_k f_{ywd} \frac{A_{sw}}{s} \cdot \cot(\theta)$	$T_{Rd2} = 2 A_k f_{ywd} \frac{A_{sw}}{s} (\cot(\theta) + \cot(\alpha)) \cdot \sin(\alpha)$
7	$\sum A_{sl} = \frac{T_{Ed}}{2 A_k} \cot(\theta) \frac{u_k}{f_{yd}}$	$A_{sl} = T_{Rd2} \frac{u_k}{2 f_{yd} A_k} (\cot(\theta) - \cot(\alpha))$

gdzie: $v = 0.6(1 - (f_{ck}/250))$ (f_{ck} w MPa), α_{cw} – współczynnik od naprężeń ściskających.

Przykład obliczeniowy na podstawie badań [14]

Przekrój prostokątny o wymiarach $h = 432\text{mm}$, $b = 356\text{mm}$, drażony o grubości ścianki $t = 89\text{mm}$. Pozostałe dane: $A_{sl} = 568\text{mm}^2$, $A_p = 463\text{mm}^2$, $f_{yk} = 327.6\text{MPa}$, $f_{ck} = 32.9\text{MPa}$, $A_{sw} = 71\text{mm}^2$, $f_{p0,1k} = 1476\text{MPa}$, $s = 96.5\text{mm}$, $\sigma_{cp} = 3.5\text{MPa}$.

Przykładowe porównanie nośności wg norm

	jednostka	T_{dosw} [14]	EC2*	EC2**	PN02*	PN02**	ACI*	ACI**
1	[kNm]	86.2 kNm	46.79	38.53	45.3	38.53	79.82	36.97
2	[kNm]		46.79	12.19	45.28	12.19	79.80	36.96
3	[kNm]		112.54	114.66	91.94	93.15	84.72	84.72
θ	[°]		39.47	45.00	40.38	45.00	31.95	53.40
T_{Rd}	[kNm]		46.79	12.19	45.28	12.19	79.80	36.96
$T_{dośw}/T_{Rd}$	[-]		1.84	7.07	1.90	7.07	1.08	2.33

Nośności ze względu: 1 – na strzemiona, 2 – na zbrojenie podłużne, 3 – na zniszczenie betonu. * - obliczenia z uwzględnieniem stali sprężającej, ** - obliczenia bez uwzględnienia stali sprężającej.

4. Krótka analiza dostępnej i aktualnej wiedzy

Skręcanie jest mało przebadanym zjawiskiem w konstrukcjach sprężonych. Wynika to z faktu, że zazwyczaj nie jest głównym problemem konstrukcyjnym, jak i złożoności problemu. Najłatwiej można znaleźć rozwiązania problemów związanych z czystym skręcaniem. Przypadek taki jednak niemal nigdy nie występuje w konstrukcjach. Prawie zawsze skręcaniu towarzyszy moment zginający i siła ścinająca oraz czasami siła osiowa. W normach i literaturze można spotkać sposoby określania nośności danych elementów przy udziale kilku różnych sił wewnętrznych (głównie M, V, T). Do tej pory nie przeprowadzono wielu badań z dodatkowym udziałem siły osiowej. Określenie nośności elementów jak i stanu odkształceń i naprężeń w nich jest trudne, bo jest to bardzo złożony układ obciążenia.

Do obliczania i sprawdzania nośności opracowano kilka modeli [1]. Najbardziej znane teorie i modele to: kratownica przestrzenna ze zmiennym kątem nachylenia krzyżulców betonowych opracowanej przez Lamperta i Thürlimanna [15], teoria pola ściskania (CFT) Collinsa i Mitchella [16] oraz zmodyfikowana teoria pola ściskania (MCFT) Collinsa i Vecchio [17]. Poza tymi metodami można znaleźć badania, w których mowa jest o osłabieniu ściskanych krzyżulców betonowych na skutek działających na nie prostopadłych naprężeń rozciągających. Jednym z najnowszych modeli jest model kratownicy z osłabieniem (STMT), który w dużej mierze został opracowany dzięki badaniom Hsu i Mo [18]. Jak to zostało przedstawione w opisach procedur ww. norm można zauważyć, że najlepiej w projektowaniu przyjął się model związany z kratownicami przestrzennymi. W wyniku przeprowadzonych badań

modele te zostały lepiej dopracowane. Modele MCFT i STMT pozwalają na obliczenie nośności, naprężeń oraz odkształceń w danym miejscu i przy danym obciążeniu.

Nieliczne zresztą badania dotyczące skręcania elementów sprężonych przeprowadzanych zagranicą będą przedmiotem osobnej analizy.

5. Możliwe obszary badań i podsumowanie

Zjawisku skręcania konstrukcji sprężonych towarzyszy wiele zagadnień, które są warte opracowania. Ciekawym problemem wydaje się być wpływ sprężenia na elementy niezarysowane, a w szczególności elementy ulegające deplanacji. Określenie odkształceń w stali sprężającej, a co za tym idzie naprężeń w stali jest podstawowym zadaniem, jakie należy wykonać podczas prowadzonych badań doświadczalnych. Zagadnienie to może być bardziej złożone w przypadku stosowania dewiatorów, w których ciągną sprężające nagle zmieniają swoją trasę.

Z powyższej tabeli 2 wynika, że normy PN02 i EC2 słabo określają nośność elementów sprężonych. Błąd zwiększa się jeszcze bardziej, gdy (zgodnie z normami) nie jest uwzględniana stal sprężająca. Różnice między PN02 i EC2 wynikają głównie z materiałowych współczynników bezpieczeństwa.

Należało by przeprowadzić badania, których celem winno być określenie wpływu rodzaju sprężenia i usytuowania cięgien sprężających na sztywność elementu przed i po zarysowaniu.

Innym zagadnieniem wartym przeanalizowania jest wpływ położenia cięgien sprężających w przekroju na siły w stali zwykłej i sprężającej. Należy podjąć działania zmierzające do zweryfikowania przydatności poszczególnych modeli (zwłaszcza MCFT i STMT) dla konstrukcji sprężonych, w których działanie siły osiowej pochodzącej ze sprężenia będzie mieć wpływ na nośność oraz odkształcenia i naprężenia w elemencie.

Ciekawym zagadnieniem byłoby określenie zarysowania i sztywności elementów sprężonych poddanych m. in. momentowi skręcającemu po wielu cyklach obciążenia, które mogą powodować rozluźnienie strefy między strzemionami a betonem.

W przypadku konstrukcji sprężonych cięgnami bez przyczepności należało by przeprowadzić na drodze doświadczalnej analizę następujących zagadnień: zmiany naprężeń w cięgnach bez przyczepności oraz wpływu sposobu usytuowania kanałów cięgien sprężających na rzeczywistą nośność elementu.

Podsumowując należy stwierdzić, że konstrukcje sprężone poddane momentowi skręcającemu wraz z udziałem innych obciążeń są zagadnieniem niemal pominiętym w polskich normach, a zatem zachodzi potrzeba przeprowadzenia badań i w konsekwencji wprowadzenia pewnych modyfikacji do aktualnych norm.

BIBLIOGRAFIA

1. Pawlak W.: Nośność elementów żelbetowych i sprężonych poddanych skręcaniu i ścinaniu. Praca doktorska, Politechnika Wroclawska, Wrocław, 2010.
2. Mielnik A.: Skręćanie elementów żelbetowych. Praca doktorska. Politechnika Szczecińska, Szczecin, 1964.
3. Piwowarski K., Młynarczyk J.: Przebieg rys z żelbetowej belce przy złożonym stanie naprężeń. Archiwum Inżynierii Lądowej, Tom XV, z.3/1969, str.327-352.
4. Kozak J.: Pręty strunożelbetowe poddane skręcaniu. Praca doktorska. Politechnika Poznańska, Poznań, 1979.
5. Ciężak T: Rozwarcie rys w skręćanych elementach żelbetowych. Prace naukowe Politechniki Lubelskiej 218, Politechnika Lubelska, Lublin, 1990.
6. Kosińska A., Nowakowski A.B.: Badania belek z betonu wysokowartościowego poddanych czystemu skręćaniu. XLII KN KILiW PAN i KN PZITB, Kraków-Krynica, 1996, str. od 93 do 100.
7. Kamiński M., Pawlak W.: Badania żelbetowych elementów skręćanych. Inżynieria i Budownictwo nr 1/2011, str. od 45 do 47.
8. Budzyński W.: Analiza szerokości rys ukośnych w elementach żelbetowych przy jednoczesnym występowaniu skręćania i ścinania. Praca doktorska. Politechnika Lubelska, Lublin, 2000.
9. Kupski J.: Nośność skręćanych strunobetonowych elementów prętowych o przekroju drążonym. Praca doktorska, Politechnika Wroclawska, Wrocław, 2002.
10. Krzywoń R.: Wpływ skręćania na nośność i sztywność zginania belek żelbetowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 2003, Seria Budownictwo z.101, str. 215-222.
11. PN-EN 1992-1-1:2008, Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1. Reguły ogólne i reguły dla budynków, PKN, Warszawa 2008.
12. PN-B 03264:2002, Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie, PKN, Warszawa 2002.

13. Lewicki B. - edycja: Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Komentarz naukowy do PN-B-03264:2002. Rozdział 10 (skręcanie) opracowany przez T. Godyckiego-Ćwirko, Tom I, ITB, Warszawa 2005.
14. Mitchell D., Collins M.P.: Behaviour of structural concrete beams in pure torsion, Pub. No. 74-06, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1974.
15. Lampert P., Thürlimann B.: Torsionsversuche an Stahlbetonbalken. Institute für Baustatik, Bericht Nr 6506-2, 1968.
16. Mitchell D., Collins M.P.: Diagonal Compression Field Theory of Structural Concrete in Pure Torsion. ACI Journal Proceedings, V.71, No.8, 1974, p.396-408.
17. Vecchio F.J., Collins M.P.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. ACI Structural Journal, V. 83, No.2, 1986, p. 219-231.
18. Hsu T.T.C. Mo Y.L.: Softening of Concrete in Torsional Members – Theory and Tests, ACI Journal Proceedings. V.82, no.3, 1985, p. 290-303.

SKRĘCANIE KONSTRUKCJI SPRĘŻONYCH W UJĘCIU NORMOWYM

Streszczenie

Praca przedstawia sposoby analizowania skręcanych elementów żelbetowych i sprężonych zawarte w polskich normach wraz przykładem obliczeniowym. Przedstawione zostały modele do analizy skręcania, które można spotkać w literaturze. Wspomniano o badaniach skręcania przeprowadzonych w Polsce na elementach żelbetowych i sprężonych. Wskazano aspekty, które mogą być obszarem dalszych badań.

TORSION OF PRESTRESSED CONCRETE STRUCTURES IN STANDARDS

Summary

The paper shows possible ways of analysing reinforced and prestressed elements subjected to torsion, presented in Polish standards together with calculated example. Models which can be found in literature are presented. Experiments on reinforced and prestressed concrete, which have been done in Poland are mentioned. Areas of further researches are indicated.